

VEKTOROVÝ A SMÍŠENÝ SOUČIN

VEKTOROVÝ SOUČIN

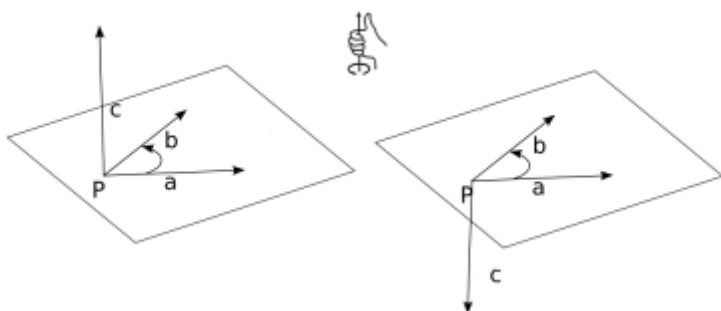
Definice

Vektorový součin dvou vektorů, jejichž nějaké umístění leží na jedné přímce, je nulový vektor.

Vektorový součin dvou vektorů u , v , jejichž žádné umístění neleží na jedné přímce, je vektor w , který má tyto vlastnosti:

1. vektor w je kolmý k oběma vektorům u , v ;
2. vektory u , v , w tvoří pravotočivou bázi;
3. $|w| = |u||v|\sin\alpha$, kde α je odchylka vektorů u a v .

Vektorový součin w vektorů u , v značíme $u \times v$, tj. $w = u \times v$.

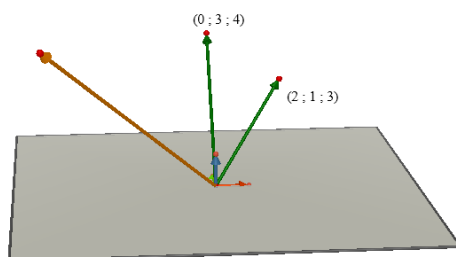
**Věta**

Pro souřadnice vektorového součinu \vec{w} vektorů $\vec{u} = (u_1; u_2; u_3)$ a $\vec{v} = (v_1; v_2; v_3)$ platí:

$$\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v} = (u_2v_3 - u_3v_2; u_3v_1 - u_1v_3; u_1v_2 - u_2v_1).$$

CV 1. JSOU DÁNY VEKTORY $\vec{u} = (2; 1; 3)$, $\vec{v} = (0; 3; 4)$.

VYPOČTĚTE VEKTOROVÝ SOUČIN $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v}$.



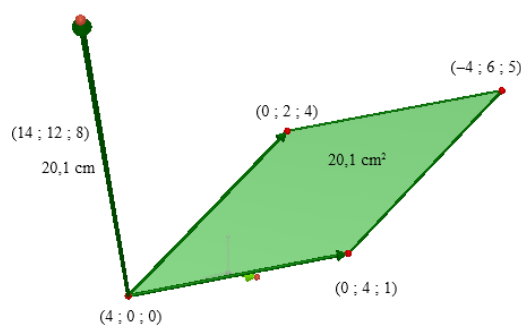
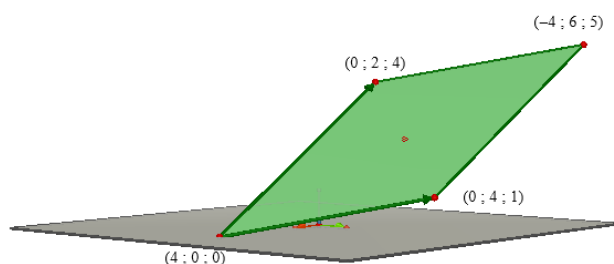
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

CV 2. JSOU DÁNY BODY $A[4; 0; 0]$, $B[0; 4; 1]$, $C[0; 2; 4]$.

VYPOČTĚTE OBSAH ROVNOBĚŽNÍKU $ABCD$.

POSTUP:

- Odvoďte vzorec pro výšku rovnoběžníku.
- Porovnejte odvozená vzorec s definicí vektorového součinu.
- Vypočtete obsah rovnoběžníku pomocí vektorového součinu.



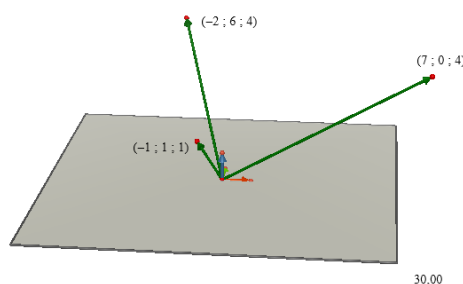
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ SMÍŠENÝ SOUČIN

Spojení vektorového a skalárního součinu se nazývá smíšený součin. Smíšený součin je stejně jako vektorový součin definován pouze v prostoru.

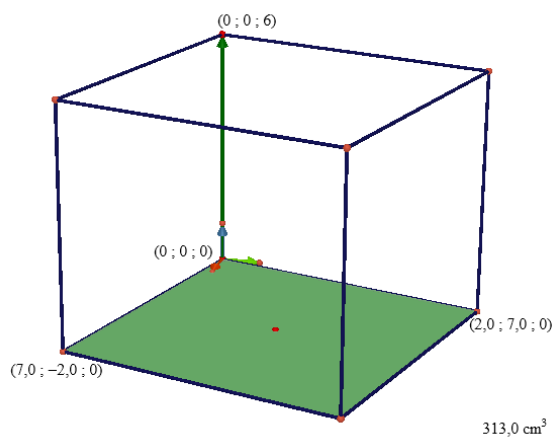
Definice

Smíšený součin vektorů a , b , c je číslo $(a \times b) \cdot c$.

CV 3. JSOU DÁNY VEKTORY $\vec{a} = (-1; 1; 1)$, $\vec{b} = (7; 0; 4)$, $\vec{c} = (-2; 6; 4)$.
VYPOČTĚTE VEKTOROVÝ SOUČIN $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$.



CV 4. JSOU DÁNY BODY $A[0; 0; 0]$, $B[7; -2; 0]$, $D[2; 7; 0]$, $E[0; 0; 6]$.
A) VYPOČTĚTE OBJEM KVÁDRU $ABCDEFGH$ Z OBRÁZKU.
B) VYPOČTĚTE VEKTOROVÝ SOUČIN $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$, KDE
 $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$.
C) POROVNEJTE VÝSLEDKY OBOUCH CVIČENÍ.

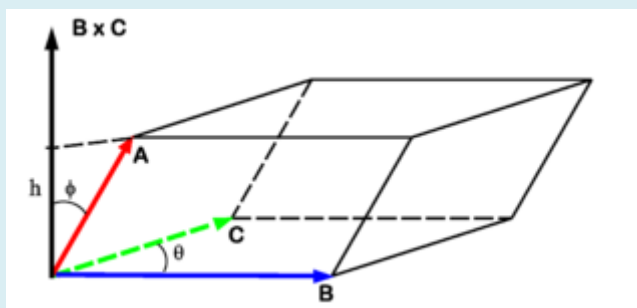


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

GEOMETRICKÁ INTERPRETACE SMÍŠENÉHO SOUČINU

Smíšený součin vektorů a , b , c je roven nule jen v případě, jsou-li dané vektory lineárně závislé. Nelze mluvit o vytvoření tělesa z vektorů a , b , c .

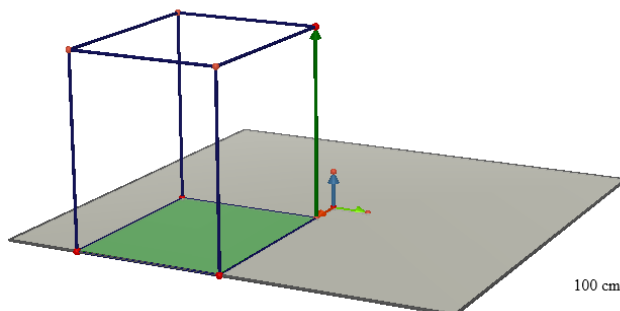
Lze zdůvodnit, že číslo $(a \times b) \cdot c$ udává objem rovnoběžnostěnu, který je určen vektory a , b , c umístěnými do společného bodu.



CV5. VYPOČTĚTE OBJEM ROVNOBĚŽNOSTĚNU $ABCDEFGH$, KDE

$A[1; 0; 0]$, $B[6; 0; 0]$, $C[6; -4; 0]$, $D[1; -4; 0]$,

$E[1; 0; 5]$, $F[6; 0; 5]$, $G[6; -4; 5]$, $H[1; -4; 5]$.



CV6. VYPOČTĚTE OBJEM NEPRAVIDELNÉHO ČTYŘSTĚNU $ABCV$, KDE

$A[0; 0; 0]$, $B[5; 1; 0]$, $C[2; 4; 0]$, $D[3; 2; 3]$.

Příloha s řešením: [06 cviceni 6.ggb](#)

