

MOIVREOVA VĚTA

Z minulé hodiny máme vzorec pro součin libovolného počtu čísel v goniometrickém tvaru, který můžeme použít i na výpočet přirozené mocniny komplexního čísla v goniometrickém tvaru.

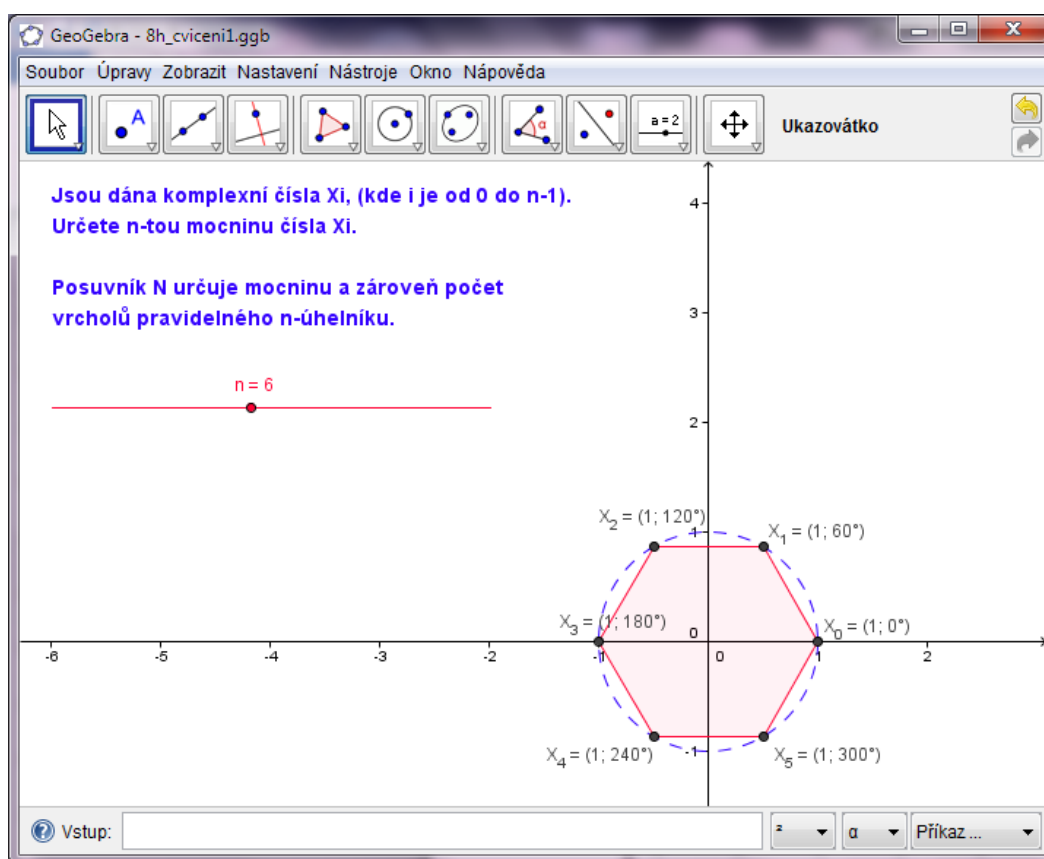
$$z^n = z \cdot z \cdot z \dots z = (|z| \cdot (\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha))^n = |z|^n \cdot (\cos n\alpha + i \cdot \sin n\alpha)$$

Speciálním případem jsou komplexní čísla, pro která platí $r = 1$ (komplexní jednotky).

$$z^n = (\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)^n = \cos n\alpha + i \cdot \sin n\alpha$$

Tento vzorec se nazývá **Moivreova věta**.

CV 1. OTEVŘETE SI SOUBOR [08_CVICENI1.GGB](#) A URČETE, ČEMU SE ROVNÁ ŠESTÁ MOCNINA ČÍSEL $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$, JEJICHŽ OBRAZY V GAUSSOVĚ ROVINĚ TVOŘÍ VRCHOLY PRAVIDELNÉHO ŠESTIÚHELNÍKU. BODY JSOU ZADÁNA POMOCÍ POLÁRNÍCH SOUŘADNIC.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

CV 2. POMOCÍ PŘEDCHOZÍHO CVIČENÍ [8H_CVICENI1.GGB](#) NAJDĚTE
ODPOVĚDI NA NÁSLEDUJÍCÍ OTÁZKY.

➤ V oboru komplexních čísel platí, že $\sqrt[4]{1} = \pm 1$ a $\sqrt[4]{1} = \pm i$.

ANO/NE

➤ V oboru komplexních čísel platí, že
 $\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)^8 = \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4}\right)^8$.

ANO/NE

➤ V oboru komplexních čísel platí, že
 $\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}\right)^4 = \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}\right)^8$.

ANO/NE

➤ V oboru komplexních čísel platí, že
 $\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right)^3 = -\left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3}\right)^8$.

ANO/NE

➤ V oboru komplexních čísel existuje dvanáct různých
čísel, které se rovnají $\sqrt[12]{1}$.

ANO/NE

➤ Platí rovnost $(2 \cdot (\cos 144^\circ + i \sin 144^\circ))^5 = 32$.

ANO/NE

CV 3. POMOCÍ MOIVREOVY VĚTY ODVOĎTE VZORCE PRO
 $\sin 2x, \cos 2x, \sin 3x, \cos 3x$.

Rozložte $(\cos x + i \sin x)^2$ podle vzorce $(a + b)^2$ a porovnejte s výrazem umocněným
pomocí Moivreovy věty.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



GYMNÁZIUM
PRÁCHEŇ

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

CV 4. DOKAŽTE POMOCÍ VÝPOČTU, ŽE PLATÍ NÁSLEDUJÍCÍ
ROVNOST.

a)
$$(1 + i)^{-8} = \frac{1}{(1 + i)^8}$$

b)
$$(-\sqrt{3} + i)^{-12} = \frac{1}{(-\sqrt{3} + i)^{12}}$$