



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## NEURČITÝ INTEGRÁL – METODY VÝPOČTU

---

Pro výpočet integrálů složitějších funkcí slouží celá řada integračních metod. Uvedeme zde dvě nejdůležitější - metodu per partes a metodu substituční.

### METODA PER PARTES

---

Metoda per partes - integrace po částech - vychází z derivace součinu funkcí:  $(uv)' = u'v + uv'$

Odtud dostáváme:  $uv = \int u'v dx + \int uv' dx$ .

Vyjádříme-li první integrál, dostáváme výsledný vztah:

$$\int u'v dx = uv - \int uv' dx.$$

---

**CV S ŘEŠENÍM:** VYPOČTĚTE  $\int x \cdot e^x dx$  POMOCÍ METODY PER PARTES.

---

**Řešení:**

Vhodně zvolíme  $u, v$ .

$$\begin{aligned} u &= x \\ u' &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v' &= e^x \\ v &= e^x. \end{aligned}$$

Dosadíme

$$\begin{aligned} \int u'v dx &= uv - \int uv' dx, \\ \int x \cdot e^x dx &= xe^x - \int 1 \cdot e^x dx = xe^x - e^x + C. \end{aligned}$$

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### SUBSTITUČNÍ METODA

Tato metoda umožňuje zavedením nové, pomocné proměnné převést integrovanou funkci na funkci, kterou lze integrovat snadněji.

Přesněji to můžeme formulovat takto: Složenou funkci  $f(g(x))$  zavedením pomocné proměnné  $t = g(x)$  převedeme na funkci  $f(t)$  a diferenciál  $dx$  vyjádříme pomocí diferenciálu  $dt$ .

Vzniklý jednodušší integrál proměnné  $t$  vypočítáme a nakonec se opět vrátíme k původní proměnné  $x$ .

$$\int f(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int f(t) dt, \text{ kde } t = g(x).$$

**CV S ŘEŠENÍM:** VYPOČTĚTE  $\int \sqrt{3x+1} dx$ .  
ZVOLTE VHODNOU SUBSTITUCI.

Řešení:

$$t = g(x) = 3x + 1 \rightarrow g'(x) = 3$$

$$\frac{1}{3} \int \sqrt{3x+1} \cdot 3 dx = \frac{1}{3} \int \sqrt{t} dt = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{9} \sqrt{(3x+1)^3} + C$$

**CV 1. VYPOČTĚTE NÁSLEDUJÍCÍ ÚLOHY UŽITÍM VHODNÉ METODY**

a)  $\int x^2 \sin x dx$

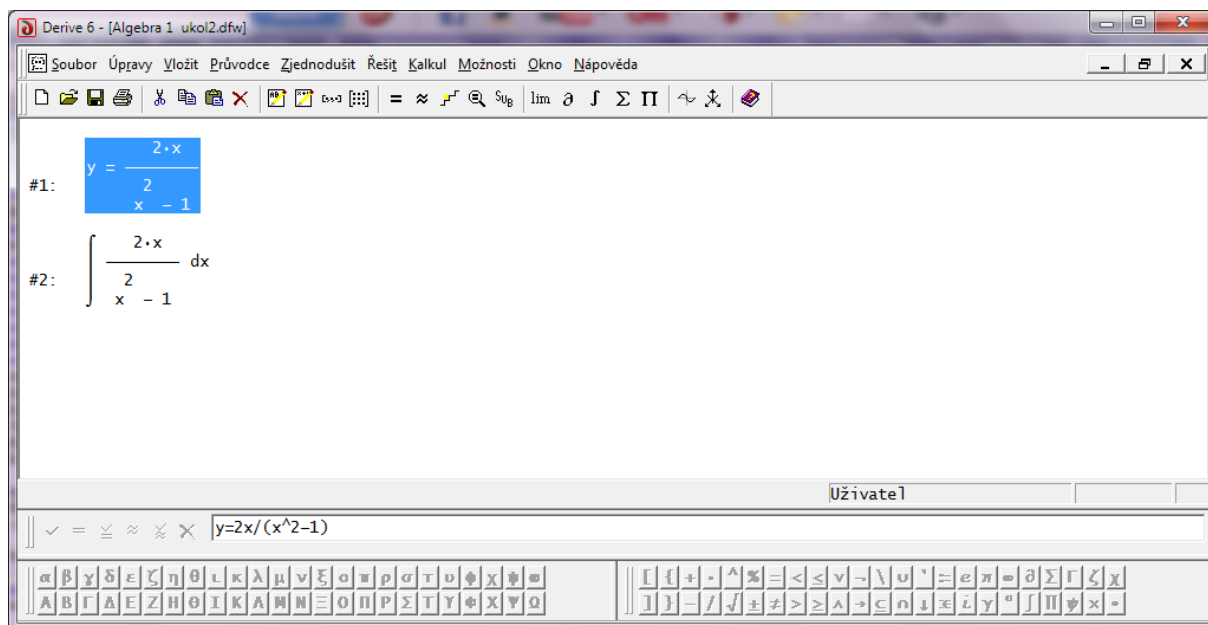
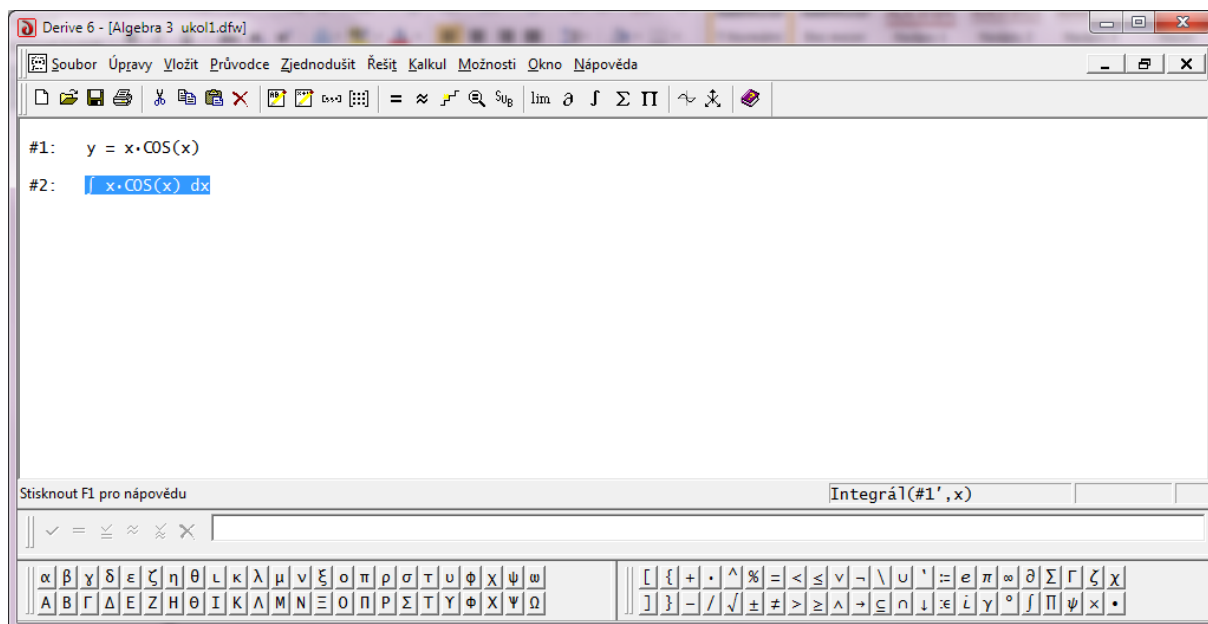
b)  $\int \sin(2x - 1) dx$

c)  $\int \ln x dx$

d)  $\int \frac{\sin x}{\cos x} dx$

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### CV 2. VYPOČTĚTE NÁSLEDUJÍCÍ ÚLOHY UŽITÍM VHDNÉ METODY A PROVEĎTE KONTROLU POMOCÍ PROGRAMU DERIVE 6.



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

The screenshot shows the Derive 6 software window titled "Derive 6 - [Algebra 2\_ukol3.dfw]". The menu bar includes Soubor, Úpravy, Vložit, Průvodce, Zjednodušit, Řešit, Kalkul, Možnosti, Okno, and Nápověda. The toolbar contains various icons for file operations, editing, and mathematical functions. The main workspace displays two problems:

#1:  $y = (x + 3)^5$

#2:  $\int (x + 3)^5 dx$

The status bar at the bottom shows the file path "C:\Users\koubova.GYPTDOM\Documents\GRANT\MAS4\16h\ukol3.dfw uložen" and the current operation "Integrál(#1', x)". Below the status bar, there is a row of mathematical symbols and a row of Greek letters and mathematical constants.

Derive 6 - [Algebra 3 ukol4.dfw]

Soubor Úpravy Vložit Průvodce Zjednodušit Řešit Kalkul Možnosti Okno Nápověda

#1:  $y = x \cdot \text{LN}(x)$

#2:  $\int x \cdot \text{LN}(x) dx$

C:\Users\koubova.GPYTDOM\Documents\GRANT\MAS4\16h\ukol4.dfw uložen

Integrál(#1', x)

$\checkmark = \leq \approx \neq \times$   $y=x \cdot \ln x$

$\alpha \beta \gamma \delta \epsilon \zeta \eta \theta \iota \kappa \lambda \mu \nu \xi \omicron \pi \rho \sigma \tau \upsilon \phi \chi \psi \omega$   
 $A B \Gamma \Delta E Z H \Theta I K \Lambda M N \Xi O P R S T Y \Phi X \Psi \Omega$

$[ \{ + \cdot ^ \wedge \% = < \leq \vee - \backslash \cup ' :: e \pi \infty \partial \sum \Gamma \zeta \chi$   
 $] \} - / \sqrt { \pm \# > \geq \wedge \rightarrow \subseteq \cap \downarrow \in \dot{\iota} \gamma ^\circ \int \Pi \Psi \times \cdot$

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Derive 6 - [Algebra 3 ukol5.dfw]

Soubor Úpravy Vložit Průvodce Zjednodušit Řešit Kalkul Možnosti Okno Nápověda

#1:  $y = \frac{1}{5 \cdot x + 1}$

#2:  $\int \frac{1}{5 \cdot x + 1} dx$

C:\Users\koubova.GYPTDOM\Documents\GRANT\MAS4\16h\ukol5.dfw uložen

Integrál(#1', x)

$y = 1 / (5x + 1)$

$\alpha \beta \gamma \delta \epsilon \zeta \eta \theta \iota \kappa \lambda \mu \nu \xi \omicron \pi \rho \sigma \tau \upsilon \phi \chi \psi \omega$   
 $A B \Gamma \Delta E Z H \Theta I K \Lambda M N \Xi O \Pi P \Sigma T Y \Phi X \Psi \Omega$

$[ \{ + \cdot ^\% = < \leq \vee - \backslash \cup ' \ddot{=} e \pi \infty \partial \int \Sigma \Gamma \zeta \chi$   
 $] \} - / \sqrt{\pm \neq > \geq \wedge \rightarrow \subseteq \cap \downarrow \approx \dot{\iota} \gamma ^\circ \int \Pi \psi \times \cdot$