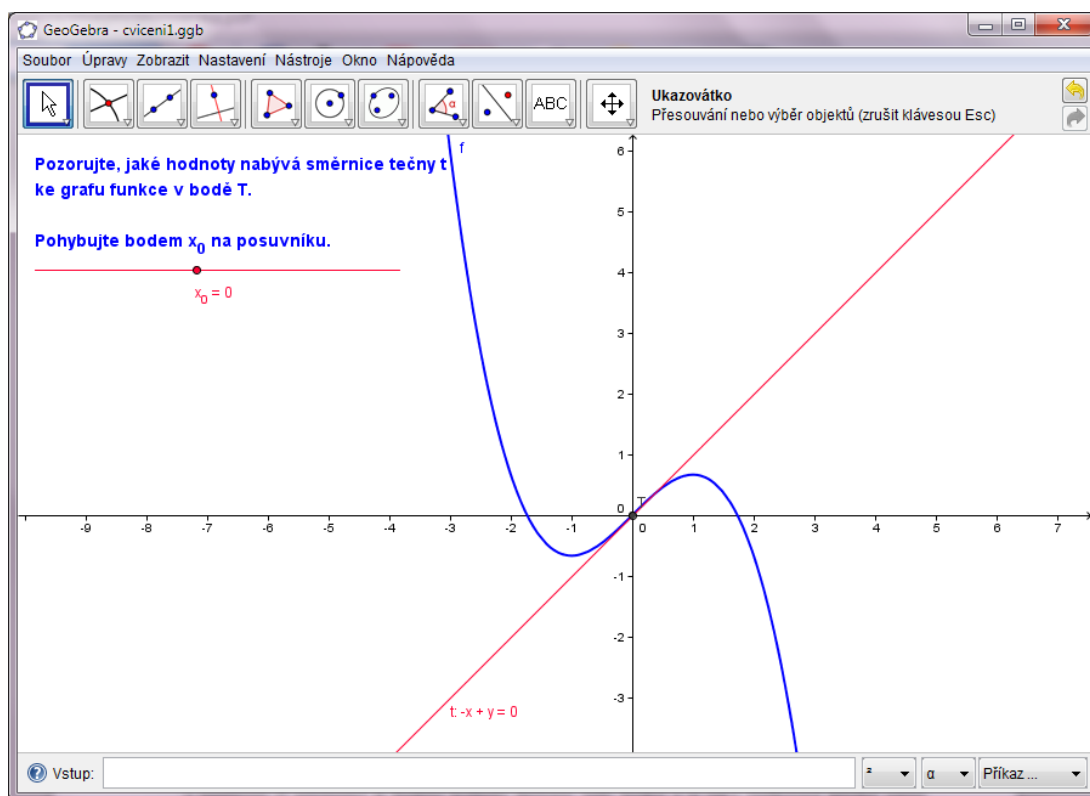


## MONOTONIE FUNKCE

Monotonie je vlastnost, označující, zda je funkce v bodě či na daném intervalu monotónní, tzn. zda je konstantní, rostoucí, klesající, příp. nerostoucí, či neklesající.

**CVIČENÍ 1.** OTEVŘETE SI [CVICENI1.GGB](#) A POZORUJTE, JAKÉ HODNOTY NABÝVÁ SMĚRNICE TEČNY V BODĚ  $T$  KE GRAFU FUNKCE  $f(x) = x - \frac{x^3}{3}$ .



- Směrnice této tečny nabývá kladných hodnot  
v intervalu  $x \in$
- Směrnice této tečny nabývá záporných hodnot  
v intervalu  $x \in$
- Směrnice této tečny nabývá hodnoty nula pro  $x =$



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost



GYMNÁZIUM  
PRÁCHEŇ

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

---

**CVIČENÍ 1B.** ROZHODNĚTE POMOCÍ [CVICENI1.GGB](#), ZDA  
NÁSLEDUJÍCÍ VÝROKY JSOU PRAVDIVÉ.

---

**A. Má-li funkce  $f$  v každém bodě intervalu  $(a; b)$  kladnou**

**derivaci, je v tomto intervalu rostoucí.**

**ANO / NE**

**B. Má-li funkce  $f$  v každém bodě intervalu  $(a; b)$  zápornou**

**derivaci, je v tomto intervalu klesající.**

**ANO / NE**

---

## LOKÁLNÍ EXTRÉMY FUNKCE

---

Lokální extrémy funkce souhrnně označují maxima a minima dané funkce v určitém intervalu („místně“) - lokální maximum, lokální minimum.

**Funkce  $f$  má v bodě  $x_0$  (ostré) lokální maximum**, jestliže existuje interval  $(a, b)$  tak, že pro všechna  $x$  z tohoto intervalu platí:  $[f(x) < f(x_0)] \Rightarrow f(x) \leq f(x_0)$ .

**Funkce  $f$  má v bodě  $x_0$  (ostré) lokální minimum**, jestliže existuje interval  $(a, b)$  tak, že pro všechna  $x$  z tohoto intervalu platí:  $[f(x) > f(x_0)] \Rightarrow f(x) \geq f(x_0)$ .

---

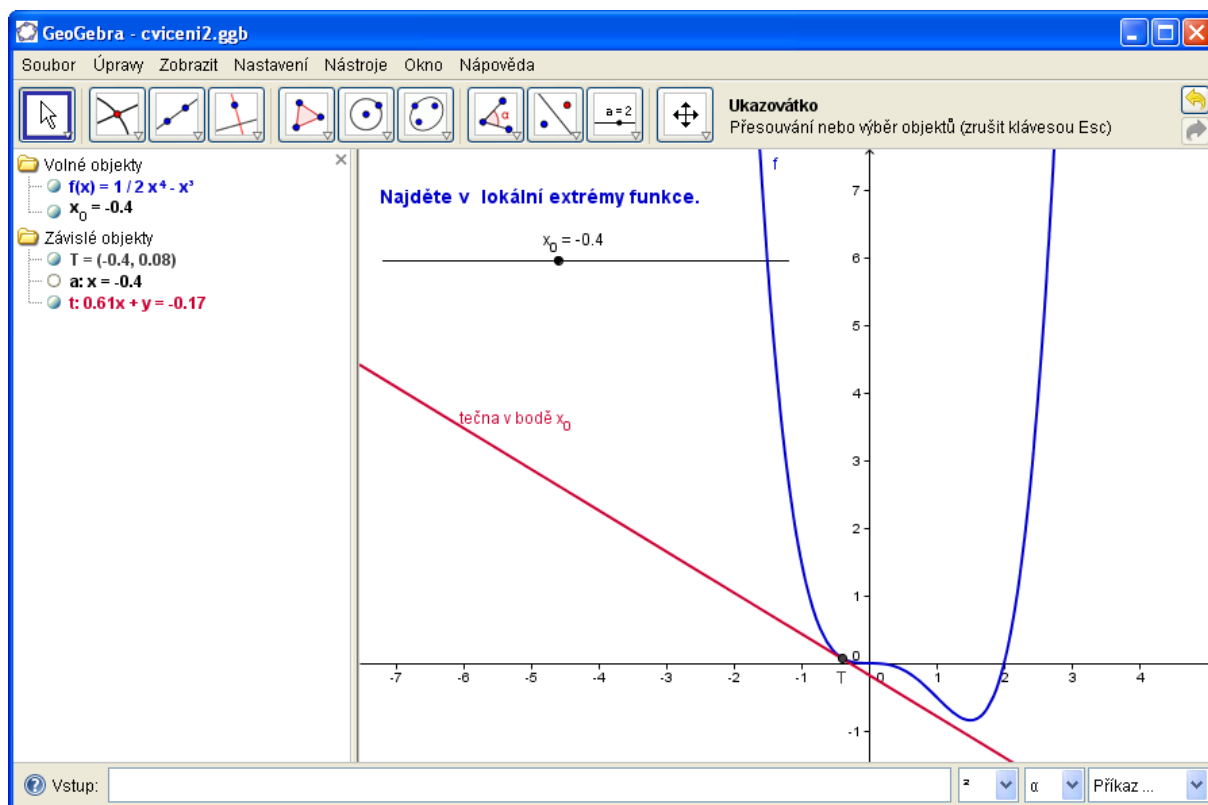
**CVIČENÍ 2.** NAJDĚTE V ÚLOZE [CVICENI2.GGB](#) LOKÁLNÍ EXTRÉMY

$$\text{FUNKCE } f(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3.$$

VE KTERÝCH BODECH JE PRVNÍ DERIVACE ROVNA  
NULE?

---

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Z obrázku je zřejmé, že lokální extrém je pouze jeden.

Navíc derivace v lokálním extrému je rovna nule.



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost



GYMNÁZIUM  
PRACHEŇ

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

---

### NUTNÁ PODMÍNKU EXISTENCE EXTRÉMU

---

**Má-li funkce  $f$  v bodě  $x_0$  lokální extrém a existuje-li v tomto bodě derivace  $f'(x_0)$ , pak platí:  $f'(x_0) = 0$ .**

---

### POSTAČUJÍCÍ PODMÍNKY PRO EXISTENCI A NEEXISTENCI LOKÁLNÍCH EXTRÉMŮ

---

**Nechť funkce  $f$  je definovaná a spojitá v nějakém okolí bodu  $x_0$ .**

**Jestliže existuje levé okolí bodu  $x_0$ , ve kterém je funkce rostoucí a pravé okolí bodu  $x_0$ , ve kterém je funkce klesající, je bod  $x_0$  bodem ostrého lokálního maxima funkce  $f$**

**Jestliže existuje levé okolí bodu  $x_0$ , ve kterém je funkce klesající a pravé okolí bodu  $x_0$ , ve kterém je funkce rostoucí, je bod  $x_0$  bodem ostrého lokálního minima funkce  $f$ .**

**Jestliže existuje okolí bodu  $x_0$ , ve kterém je funkce ryze monotónní, lokální extrém v bodě  $x_0$  nenastává.**

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

CVIČENÍ 3. V [CVICENI3.GGB](#) JE DÁNA FUNKCE  $f(x) = \frac{4x^2+1}{4x}$ .

- Určete, ve kterých intervalech je funkce rostoucí a kde klesající.
- Ve kterých bodech definičního oboru neexistuje první derivace?
- Ve kterých bodech definičního oboru je první derivace rovna nule?
- Určete lokální extrémy funkce.

